

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ МОДЕЛИ ФЕРМЕНТАТИВНОЙ РЕАКЦИИ

*Башикирцева И. А., Зайцева С. С.*

Уральский федеральный университет г. Екатеринбург, Россия

[irina.bashkirtseva@urfu.ru](mailto:irina.bashkirtseva@urfu.ru), [svs.zaitceva@gmail.com](mailto:svs.zaitceva@gmail.com)

**Аннотация.** В работе исследуется модель фермент-субстратного взаимодействия с образованием продукта в клеточной структуре, предложенная А. Голдбетером. Отмечены основные бифуркационные особенности детерминированной модели. Рассмотрено качественное изменение динамики модели и возникновение стохастических феноменов вследствие воздействия случайного шума.

**Ключевые слова:** стохастическая динамика, возбудимость, случайные возмущения, бифуркации

## ANALYSIS OF STOCHASTIC DYNAMICS OF THE ENZYMATIC REACTION MODEL

*Bashkirtseva I., Zaitseva S.*

Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia

**Abstract.** The model of enzyme-substrate interaction with the formation of the product in a cell structure proposed by A. Goldbeter is considered in this paper. The main bifurcation features of the deterministic model are observed. Qualitative changes in the model dynamics due to the influence of random noise and occurrence of stochastic phenomena are studied

**Key words:** stochastic dynamics, excitability, random perturbations, bifurcations.

Стохастическая модель Голдбетера [1,2] задается системой двух нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= v - \sigma\varphi(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= \alpha\varphi(x, y) - ky + \varepsilon\xi(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\varphi(x, y) = \frac{x(1+x)(1+y)^2}{L + (1+x)^2(1+y)^2}$ .

Здесь  $\sigma = 1.2$ ,  $\alpha = 12$ ,  $k = 0.4$ ,  $L = 10^6$ ,  $\xi(t)$  – стандартный гауссовый белый шум интенсивности  $\varepsilon$ .

В детерминированном варианте ( $\varepsilon = 0$ ) система (1) описывает механизм фермент-субстратного взаимодействия с образованием продукта в клеточной структуре. Переменные  $x$  и  $y$  отвечают за концентрации субстрата и продукта реакции, соответственно. Параметр  $v$ , отвечающий за концентрацию вводимого субстрата, полагаем управляющим.

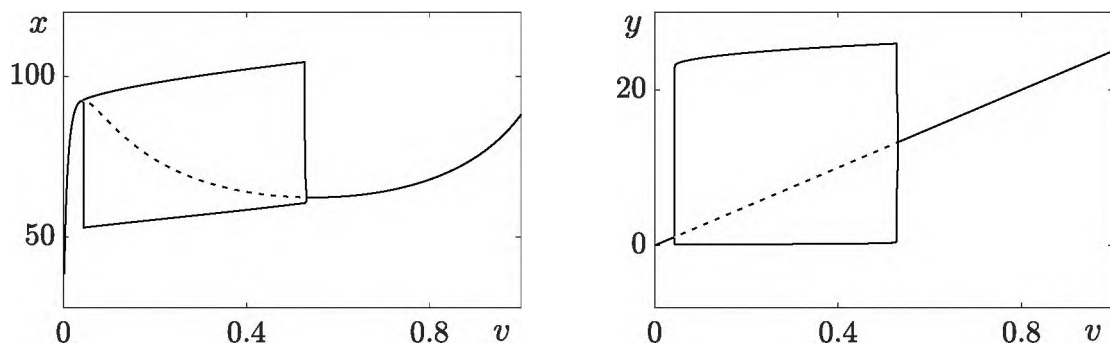


Рисунок 1: Бифуркационная диаграмма детерминированной системы (1). Устойчивое равновесие и устойчивый предельный цикл изображены сплошными линиями, неустойчивое равновесие – пунктирной линией.

На бифуркационной диаграмме (Рис. 1) отражены основные динамические режимы детерминированной модели. Можно выделить зону устойчивого равновесия и зону устойчивого предельного цикла, который рождается вокруг неустойчивого равновесия вследствие бифуркации Андронова-Хопфа.

В зоне предельного цикла система проявляет высокую чувствительность к малым изменениям управляющего параметра  $v$ : амплитуда колебаний, соответствующих циклу, резко возрастает при приближении параметра к точкам бифуркации.

При воздействии случайных возмущений в силу нелинейности системы происходит качественное изменение динамики исследуемой модели.

Траектории стохастической системы (1) в зоне предельного цикла покидают детерминированную орбиту и формируют вокруг нее пучок случайных траекторий. Разброс траекторий зависит от интенсивности случайного воздействия и значения бифуркационного параметра  $v$ .

В зоне устойчивого равновесия траектории стохастически возмущенной системы совершают случайные колебания возле точки покоя. При достаточно больших значениях шума система демонстрирует феномен стохастической возбудимости – резкий переход от малоамплитудных стохастических осцилляций к колебаниям больших амплитуд. Более того, в системе возникает когерентный резонанс: наблюдаются колебания практически одной частоты. Таким образом, осцилляционный режим имеет место не только в параметрической зоне циклов, но и возможен в зоне устойчивого равновесия вследствие воздействия на систему случайного шума.

*Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект №16-11-10098).*

#### Список литературы

1. Башкирцева, И. Феномен стохастической возбудимости в модели ферментативной реакции / И. Башкирцева, С. Зайцева. // Вестник Удмуртского Университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2018. – № 28(1). – С. 3–14.
2. Goldbeter, A. Excitability in the adenylate cyclase reaction in dictyostelium discoideum / A. Goldbeter, T. Erneux, L. A. Segel. // FEBS Letters. 1978. – № 89(2). – P. 237–241.

## **ОБОСНОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ С ПОВОДЫРЕМ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ГАРАНТИИ С ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ПОМЕХУ**

*Карандина В. О., Гомоюнов М. И.*

Уральский федеральный университет г. Екатеринбург, Россия

[lerysikok96@gmail.com](mailto:lerysikok96@gmail.com), [m.i.gomoyunov@gmail.com](mailto:m.i.gomoyunov@gmail.com)

**Аннотация.** В работе рассматривается задача об управлении в условиях помех движением динамической системы, описываемой обыкновенными дифференциальными уравнениями. Воздействия управления и помехи стеснены геометрическими ограничениями. Управление нацелено на минимизацию терминального показателя качества. Изучается задача оптимизации гарантированного результата управления. При этом дополнительно